



静定力学講義(7)

静定トラスの応力計算

1

今回から、静定トラスの応力の求め方について学びます。

トラス構造の特徴

- 基本は三角形
- 部材には軸力のみが働く
- 荷重は節点にのみ加わる



屋根形トラス構造



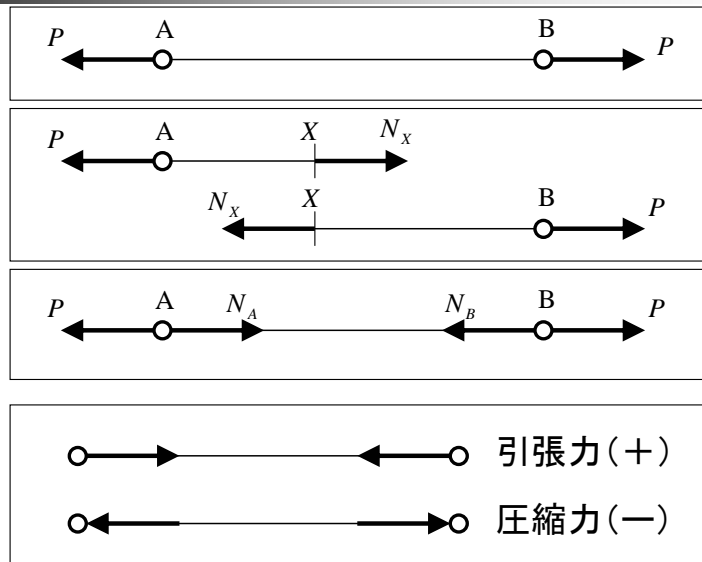
平行トラス構造

2

トラス構造は、三角形を基本とし、接合部はピン接合にモデル化されるため、部材には軸力のみが働きます。

また、荷重は、節点のみに加わると仮定します。

トラス解析のルール



3

まず、トラスの軸力の表記法のルールについて説明します。

軸力は、すでに学んだように、部材が引っ張られる場合が正となります。

したがって、**AB**要素に引っ張り力を与えて、内力である軸力 N_x を見ると、断面から離れる方向が正となります。

この断面の位置を節点に近づけていくと、一番下の図に示されるように、節点から部材内部への向きが正の軸力の表記となります。

当然ながら、軸力が圧縮となる場合の表記は、矢印が部材内部から節点に向かう方向になります。

これらを一見すると、引張の場合が部材が圧縮されているように見え、圧縮の場合が部材が引張られているように見えます。

このために、表記を間違える人が沢山いますので、定義のもとをよく理解して、間違わないようにして下さい。



一般的な静的トラスの解法

- 切断法
 - 一部の部材の軸力だけを力の釣り合い式を用いて求める方法
 - 最大軸力などを効率的に求めることができる
- 節点法
 - 図解法
 - 数式解法
 - すべての部材の軸力を求める場合は節点法の方が効率的

4

トラスの応力(軸力)を求める方法としては、大きく分けて2つの方法があります。一つは切断法、もう一つは節点法です。

切断法は、これまで学んできた応力を求める方法と同様に、構造全体を二つに分けて、内力(軸力)を定義し、片側の構造の力の釣り合いから内力(軸力)を求める方法です。

この方法は、一部の部材、例えば最大軸力が発生する部材の軸力の大きさのみを計算したい場合などには有効です。

もう一つの方法は、節点法と呼ばれる方法で、図解法と数式解法があります。全部材の軸力を求める必要のある計算などでは、これらの方法の方が便利です。



切断法の手順

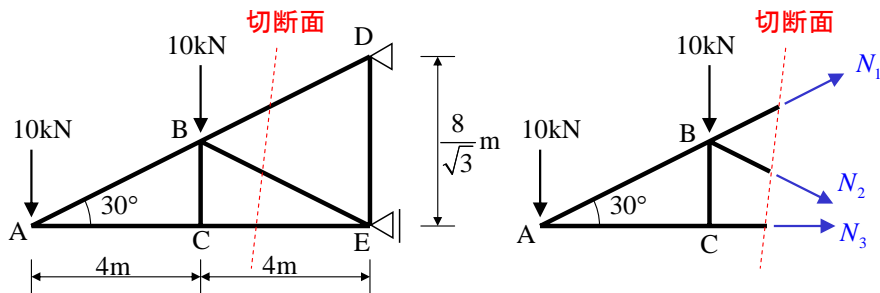
- ① 軸力を求めようとする部材のある箇所を仮に切断する(切断する部材数は3材以下とする)。
- ② 切断した部材の軸方向に軸力を仮定する(未知の軸力は正方向に仮定する)。
- ③ 荷重・反力と②の軸力との力の釣合式(x, y 方向とモーメントの釣合式)から軸力を求めることができる。

5

この授業では, 最初に, 切断法について学びます。

切断法によって, 軸力を求める方法は, ここに示すとおりです。

切断法による解き方



$$\begin{aligned} \sum X = 0 \text{ より } N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ + N_3 &= 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} N_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 + N_3 = 0 \\ \sum Y = 0 \text{ より } N_1 \sin 30^\circ - N_2 \sin 30^\circ - 10 - 10 &= 0 \Rightarrow \frac{1}{2} N_1 - \frac{1}{2} N_2 - 20 = 0 \\ \sum M_B = 0 \text{ より } -\frac{4}{\sqrt{3}} N_3 - 4 \cdot 10 &= 0 \Rightarrow N_3 = -10\sqrt{3}, N_1 = 30, N_2 = -10 \end{aligned}$$

6

切断法では、まず、切断面を決めて、構造を二つに分けます。

ただし、切断した部材の未知の軸力は3つ以下である必要があります。これは、釣り合い方程式が3であるためです。

したがって、すべての軸力が未知の場合、切断する部材は3本以下である必要があります。

しかし、既知の軸力がある場合は、4本以上でも解くことができます。

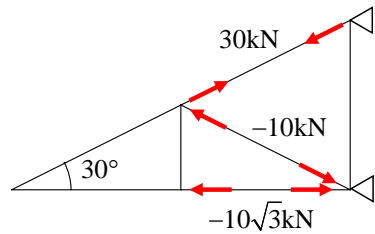
次に、切断面で切られた断面に関して、正方向の未知の軸力を定義します。

(この場合、右の構造で軸力を求める場合は、あらかじめ反力を求めておく必要があります。)

次に、x方向、y方向、モーメントの釣り合い式を立てます。

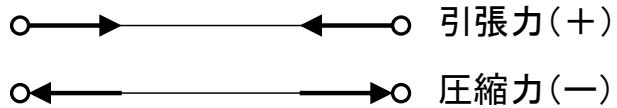
この3元の連立方程式を解くことによって、未知の軸力を求めます。

結果の表示



矢印の向きを
正確に描く

－は圧縮，＋は引張



7

トラスの軸力の表示は、図のようにペアーのベクトルで軸力の正負を表示します。この時、引張力の場合は、節点から部材内部へ方向に矢印を書きます。圧縮力の場合は、部材内部から節点に向かう方向に矢印を書きます。そして、それぞれの部材の軸力の値を書き込みます。値の正負は、矢印で表示されていますので、値に+-を付ける必要はありませんが、慣れるまでは付けておいた方がよいと思います。



節点法(図解法)の手順

- ① 単純梁系トラスは、まず反力を求める。片持梁系トラスは、反力を求めなくても良い。
- ② 未知の軸力が2つ以下の節点を選択し、既知の軸力と未知の軸力により、示力図を描く。ただし、既知の軸力に対しては、角度および大きさの比を正確に描く。そして、未知の軸力を加えて、示力図が閉じるようにする。
- ③ この示力図から、未知の軸力の大きさを求める。

8

次に、節点法の図解法による解き方の手順はここに示すとおりです。

節点法では、基本的に節点での力の釣り合い条件によって未知の軸力を求めます。

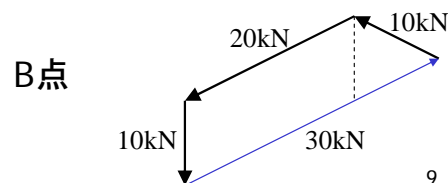
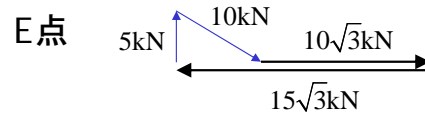
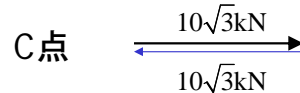
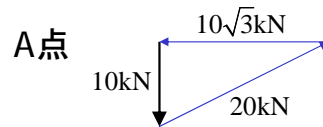
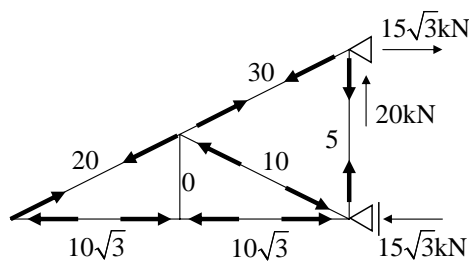
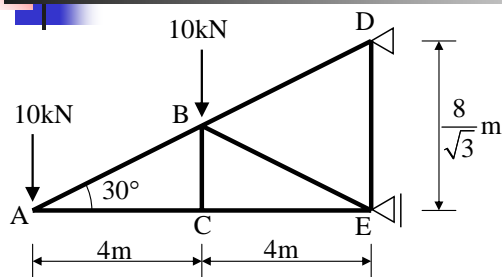
節点に集まる力からは、モーメントは生じませんから、力の釣り合い条件はx,yの2方向の釣り合い条件となります。

したがって、未知の軸力は2つ以下である必要があります。

図解法では、節点での未知の軸力を求めるために示力図を用います。

したがって、力のベクトルの向きと大きさの比は、正確に描く必要があります。

図解法による解き方



9

この問題を解くために、まず、C点とE点の反力を求めます。

この問題では、まず、A点の力の釣り合いから示力図を描き、AC間とAB間の軸力を求めています。

この時、荷重ベクトルを加えることを忘れないで下さい。

示力図は、まず既知の力を描き、示力図が閉じるように未知に軸力を描きます。また、未知の軸力の方向は示力図が閉じる方向に向けます。

求まった軸力は、まず、A点を起点に、求められた矢印の方向に軸力のベクトルを描きます。

そして、それとペアの軸力を反対側の節点を起点に描きます。

AC間の軸力が求められたので、今度はC点の力の釣り合いから、示力図を描きます。

これにより、CE間、CB間の軸力が求められます。

次に、E点の力の釣り合いから、ED間とEB間の軸力を求めます。この時、反力も加えることを忘れないで下さい。

まず、既知の軸力と反力を描き、示力図が閉じるように未知の軸力を描きます。

最後にB点の力の釣り合いから示力図を描き、BD間の軸力を求めます。

示力図をある程度正確に描かないと、間違えますので気をつけて下さい。



節点法(数式解法)の手順

- ① 図式解法と同様に、単純梁系のトラスは、まず反力を求める。片持梁系トラスは、反力を求めなくてもよい。
- ② 未知の軸力が2つ以下の節点から未知の軸力を正方向に定義して、節点における力の釣合条件を用いて未知の軸力を求める。これをすべての節点について繰り返して、すべての部材の軸力を求める。

10

次に、節点法の数式解法による解き方の手順は、ここに示すとおりです。

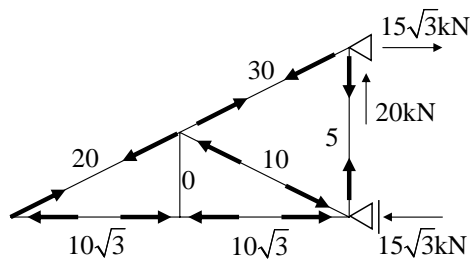
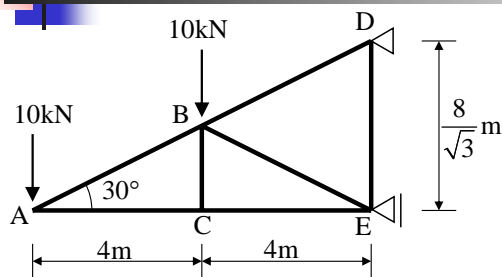
数式解法では、節点でのx,y方向の釣り合い式を立てて未知の軸力を計算するというだけで、後は図解法と同様です。

図解法の場合は、幾何学問題を解く必要があるため、時々難しい問題に突き当たることがあります。

その点、数式解法の方が、時間はかかりますが、確実に軸力を求めることができます。

できれば、両方の方法を修得して、使い分けると良いと思います。

数式解法による解き方



A点

$$\frac{1}{2}N_1 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = 20$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}N_1 + N_2 = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = -10\sqrt{3}$$

C点

$$N_1 + 10\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = -10\sqrt{3}$$

$$N_2 = 0$$

E点

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}N_1 - 5\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = -10$$

$$N_2 + \frac{1}{2}N_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = 5$$

B点

$$\frac{\sqrt{3}}{2}N_1 - 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = 30$$

11

例題を数式解法で解くと、ここに示すようになります。
 この場合は、未知の軸力は、正方向に定義します。